

Ue Statistik u. Wahrscheinlichkeitsth. f. Inf. 107.251 W 2002/3 http://www.statistik.tuwien.ac.at/RISueb/	Di 12-17 HS:
	6.Blatt
Werner GURKER Tel.: 58801-107-24 Spr.: Di/Do 11-12 e-mail: W.Gurker@tuwien.ac.at	19. November 2002

6.1 Eine Übung wird in 5 Gruppen zu jeweils 40, 33, 25, 50 und 37 StudentInnen abgehalten. Jemand (von allen 185) wird zufällig ausgewählt: X sei die Größe der Gruppe aus der der/die ausgewählte StudentIn stammt. Eine der 5 Gruppen wird ebenfalls zufällig ausgewählt: Y sei die Zahl der StudentInnen in der ausgewählten Gruppe.

(a) *Ohne* Rechnung: Welcher der Mittelwerte, $\mathbb{E}(X)$ oder $\mathbb{E}(Y)$, ist größer? (und warum?)

(b) Man berechne $\mathbb{E}(X)$ und $\mathbb{E}(Y)$.

*(c) Man löse die Aufgabe allgemein für K Gruppen mit jeweils N_i , $i = 1, 2, \dots, K$, StudentInnen und zeige die Größenbeziehung zwischen $\mathbb{E}(X)$ und $\mathbb{E}(Y)$.

6.2 Man betrachte die Zahl X der Inversionen einer zufälligen Permutation von 1, 2, 3, 4. Das Paar (i, j) ist eine *Inversion*, wenn $i < j$ aber j in der Permutation vor i liegt. Ist die zufällige Permutation beispielsweise:

2 4 1 3

so gibt es drei Inversionen, nämlich $(1, 2)$, $(1, 4)$ und $(3, 4)$.

(a) Was ist die minimale/maximale Anzahl von Inversionen?

(b) Man bestimme den Mittelwert $\mathbb{E}(X)$.

(c) Man bestimme die Varianz von X .

*(c) Man bestimme allgemein $\mathbb{E}(X)$ für eine zufällige Permutation von $1, 2, \dots, n$.

6.3 Berechnen Sie für die Wartezeit bei der Ampel von **Bsp 4.2**:

(a) den Mittelwert $\mathbb{E}(X)$.

(b) die Streuung $\sqrt{\text{Var}(X)}$.

Verwenden Sie zur einfacheren Berechnung bei (b) den Verschiebungssatz.

6.4 Man ermittle für eine exponentialverteilte sG, $X \sim \text{Exp}_\tau$, einen Ausdruck für das n -te Moment der Verteilung, d.h. man berechne $\mathbb{E}(X^n)$ für $n \in \mathbb{N}$, und ermittle auf Basis dieses Ausdrucks (i) den Mittelwert, (ii) die Varianz und (*iii) das dritte zentrale Moment $\mathbb{E}(X - \mathbb{E}(X))^3$ von X .

Hinweis: Führen Sie das zu berechnende Integral auf die Gamma-Funktion zurück.

6.5 Berechnen Sie für den Ausfallzeitpunkt des Netzes von **Bsp 5.3**:

(a) den Mittelwert $\mathbb{E}(T)$.

(b) die Varianz $\text{Var}(T)$.

Man nütze bei den Berechnungen Beziehungen der Dichte $f_T(t)$ zur Exponentialdichte und verwende bei (b) den Verschiebungssatz.

6.6 Θ sei eine auf dem Intervall $(0, \pi)$ kontinuierlich uniform verteilte sG. Man ermittle für die transformierte Größe $Y = \cos(\Theta)$:

(a) den Mittelwert $\mathbb{E}(Y)$.

(b) die Streuung $\sqrt{\text{Var}(Y)}$.

Hinweis: Satz vom „unbewußten“ Statistiker.